

Tema 2. Parte IIIB

Os gostos: a Función Contínua de Utilidade.

- 1 Introduzón
 - A conexión entre as linguaxes ordinalista e cardinalista
- 2 A función (contínua) de utilidade
 - Definición de función de utilidade contínua.
- 3 Tres preguntas abertas a contestar
 - Multiplicidade de funcións de utilidade para representar as mesmas preferencias
 - Existencia da función de utilidade

A conexión entre as linguaxes ordinalista e cardinalista

1 Esquema da Teoría do Consumidor

- **H1** $h = 1, 2, \dots I$ consumidores, mais só estudamos a un calquera.
- **H2** $l = 1, 2, \dots L$ mercadorias.
- Ingredientes

S1 Conxunto de consumo: $\mathcal{X}^i \equiv \mathbb{R}_+^L$.

S2 Dotazóns iniciais.

S2A Os prezos das mercadorias $\bar{p} \in \mathbb{R}_+^L$.

S2B Renda do consumidor i : \bar{M}^i .

S3 Preferencias $\succsim^i + A1 (+A1') + A2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \{I^i(\mathbf{x}^i)\}_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}^i} + A3 + A4 + A5.$

Eleición
 óptima
 [Tema 3].

A conexión entre as linguaxes ordinalista e cardinalista para a representación das preferencias



Definición de función de utilidade contínua.

2 A función (contínua) de utilidade como representazón das preferéncias

2.1 Definición de función de utilidade contínua.

Sexa $u^i : \mathcal{X}^i \equiv \mathbb{R}_+^L \longrightarrow \mathbb{R}$.

u^i é unha función (contínua) de utilidade que representa as preferéncias do consumidor i , \succsim^i , se para todo $\mathbf{x}^i, \mathbf{y}^i \in \mathcal{X}^i$ verifican

- $$\begin{aligned} i) \quad \mathbf{x}^i \succ^i \mathbf{y}^i &\iff u^i(\mathbf{x}^i) > u^i(\mathbf{y}^i) \\ ii) \quad \mathbf{x}^i \sim^i \mathbf{y}^i &\iff u^i(\mathbf{x}^i) = u^i(\mathbf{y}^i) \end{aligned}$$

Multiplicidade de funcións de utilidade para representar as mesmas preferencias

Tres preguntas abertas a contestar

- 1.- Posibilidade de construción das preferencias a partir de calquera función de utilidade.**
- 2.- Construción de múltiples funcións de utilidade contínuas que representen as mesmas preferencias.**

Teorema 1 (Jehle, 1999, p.136) “Invarianza da función de utilidade a transformazóns monótonas positivas.”

Sexa \succsim^i unha ordenazón de preferencias contínua.

Subpoñamos que $u^i : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ é unha función de utilidade que representa ditas preferencias.

Sexa $z : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ calquera función estritamente crecente.

Entón, a función composición $(z \circ u^i) : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é unha transformazón monótona positiva que tamén representa as preferencias \succsim^i .



3.- Posibilidade de construción dunha función de utilidade para representar algunhas preferencias.

Teorema 2 [Debreu, 1959, 4.6]

*Sexa o conxunto de consumo conexo \mathcal{X}^i . Sexa a relación de preferencias “como mínimo tan preferido como,” \succsim^i , que verifica os axiomas **A1+A1'+A2+A3**. Entón, A relación \succsim^i pode ser representada por unha función de utilidade **contínua**.*

Teorema 3

Sexa o conxunto de consumo $\mathcal{X}^i \equiv \mathbb{R}_+^L$.

*Sexa a relación de preferencias “como mínimo tan preferido como,” \succsim^i , que verifica os axiomas **A1+A1'+A2+A3+A5**.*

*Entón \succsim^i pode ser representada por unha función de utilidade **contínua**.*

Demostrazón

Equivaléncia entre os axiomas de \succsim^i , e as propiedades da función de utilidade

A función de utilidade herda as propiedades das preferéncias.

 \succsim^i
 u^i

A1+A1'+A2+A3

 \iff

contínua

Debreu(1959, 4.6)

+A4

 \iff

estrictamente creciente

+A5'

 \iff

cuasicóncava

+A5

 \iff

estrictamente cuasicóncava

Comentários finais sobre a función de utilidade