Tema 3. Parte II
Estática comparativa e a Funzón de Procura.

1. Introduzón
   - Esquema da Teoría do Consumidor
2. A funzón de demanda
   - A eleizón óptima e a funzón de demanda.
3. Propiedades
   - Propriedades da funzón de procura
4. A funzón indireita de utilidade
   - A identidade de Roy

Esquema da Teoría do Consumidor

- **H1** $i = 1$, 2, ... I consumidores, só estudamos a un calquera.
- **H2** $l = 1$, 2, ... L mercadorias.
- Ingredientes

S1 Conxunto de consumo: $\mathcal{X}^i \equiv \Re^L_+$.

S2 Dotazóns iniciais.

S2A *Os prezos das mercadorias* $\overline{\mathbf{p}} \in \Re^L_+$, i.e., $\overline{\mathbf{p}} >> 0$.

S2B *Renda* do consumidor i: $\overline{M}^i \in \Re_+$, i.e., $\overline{M}^i \geq 0$.

(Dado el vector de precios $\overline{\mathbf{p}} \in \Re^L$, la renta es $\overline{\mathbf{p}}\,\overline{\boldsymbol{\omega}}^i \equiv \overline{M}^i$)

$\Rightarrow$ *Conjunto presupuestario* $\beta^i(\overline{\mathbf{p}}, \overline{M}^i) = \{x \in \mathcal{X}^i : \overline{\mathbf{p}}\mathbf{x}^i \leq \overline{M}^i\}$

(non valeiro, convexo, compacto, homoxénea de grau cero)

S3 Preferéncias: $\succsim^i$+A1 (+A1$'$)+A2 $\Rightarrow \{I^i(\mathbf{x}^i)\}_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}^i}$

$\{I^i(\mathbf{x}^i)\}_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}^i}$+**A3**+A4+A5 $\Rightarrow$ *función (contínua) de utilidade*

$$u^i : \mathcal{X}^i \equiv \Re^L_+ \to \Re \quad \begin{cases} \text{i)} & \mathbf{x}^i \succ^i \mathbf{y}^i \quad \Leftrightarrow \quad u^i(\mathbf{x}^i) > u^i(\mathbf{y}^i) \\ \text{ii)} & \mathbf{x}^i \sim^i \mathbf{y}^i \quad \Leftrightarrow \quad u^i(\mathbf{x}^i) = u^i(\mathbf{y}^i) \end{cases}$$

contínua (A3), monótona (A4) e estrictamente cuasicóncava (A5)

$\Rightarrow$ (S1–S3 together)

$\Rightarrow$ **Eleizón óptima**.

Motivazón

Podemos entender

• **por qué diferentes consumidores realizan eleizóns diferentes?**; ou ben

• **por qué un mesmo consumidor toma decisiones diferentes en distintos momentos do tempo?**

A diversidade do comportamento humano e a Teoria do consumidor

S1 Sobre a heteroxeneidade nos conxuntos de consumo individuais: $\mathcal{X}^i$

S3 Sobre a heteroxeneidade das preferéncias individuais: $\succcurlyeq^i$
[**Nota.** "De Gustibus non est Disputandum" (Stigler e Becker 1977, *AER*)]

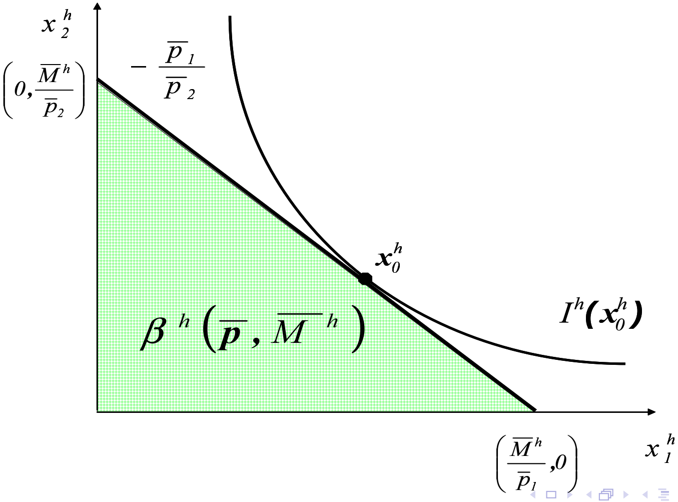
S2 **A CLAVE:** heteroxeneidade nos recursos individuais: M^i

1 Introduzón

2 A eleizón óptima e a funzón de demanda. Problema de eleizón do consumidor i.

$$
[P^i] \left\{ \begin{array}{rcl}
\max_{(x_1^i, x_2^i, \ldots x_L^i) \in \Re^L} & u^i(x_1^i, x_2^i, \ldots x_L^i) & \longleftarrow \textbf{S3} \\
\text{s.a} & \mathbf{p}\,\mathbf{x} \leq M^i & \longleftarrow \textbf{S2} \\
 & \mathbf{x} \geq 0 & \longleftarrow \textbf{S1}: \mathbf{x} \in \mathcal{X}^i \\
\text{dados} & \overline{\mathbf{p}} = (\overline{p}_1, \overline{p}_2, \ldots \overline{p}_L), \quad \overline{M}^i & \longleftarrow \textbf{S2}
\end{array} \right.
$$

Subpoñamos que $\mathbf{x}^*$ é a **soluzón** do problema $[P^i]$, que depende de $\overline{\mathbf{p}} \in \Re^L_{++}$ e de $\overline{M}^i \in \Re_+$.


x_2^h
$\left(0, \frac{\overline{M}^h}{\overline{p}_2}\right)$
$-\frac{\overline{p}_1}{\overline{p}_2}$
x_0^h
$I^h(x_0^h)$
$\beta^h(\overline{p}, \overline{M}^h)$
$\left(\frac{\overline{M}^h}{\overline{p}_1}, 0\right)$
x_1^h

Propriedades da funzón de procura.

P1: Existéncia da funzón de procura. Polos supostos:
a) de **S2** onde o conxunto de consumo $\beta^i(\overline{\mathbf{p}}, \overline{M}^i)$ é compacto; e,
b) de **S3** onde as as preferéncias son contínuas (A3),
entón se verifica o *Teorema de Weierstrass*: existe unha funzón

$$\begin{array}{rccc} d^i: & \Re^L_{++} \times \Re_+ & \longrightarrow & \mathcal{X}^i \equiv \Re^L_+ \\ & (\mathbf{p}, M^i) & \longmapsto & d^i(\mathbf{p}, M^i) = \mathbf{x}^{i*} \end{array}$$

que se denomina **funzón de procura normal** (ou **funzón de procura marshalliana**).

P2: Unicidade da soluzón. Polos supostos
a) de **S2** onde o conxunto de consumo $\beta^i(\overline{\mathbf{p}}, \overline{M}^i)$ é compacto, non valeiro e convexo; e,
b) de **S3** onde as as preferéncias son contínuas (A3) e estritamente convexas (A5),
entón se verifica o *Teorema Global-Local*:

Teorema (Villar, 1999, Teorema 1, p.56)

Sexan **S1**, **S2** *e* **S3**. *Entón, o problema* $[P^i]$ *ten unha* **única** *soluzón* $d^i(\overline{\mathbf{p}}, \overline{M}^i) = \mathbf{x}^{i*}$.

P3: Continuidade da funzón de procura

Teorema (Villar, 1999, Teorema 2, p.57)

Sexan **S1***,* **S2** *e* **S3***. A funzón de demanda* d^i *é* contínua *en* $(\mathbf{p}, M^i)$*.*

P4: Homoxeneidade da función de demanda. Polo suposto de **S2** onde o conxunto de consumo $\beta^i(\overline{\mathbf{p}}, \overline{M}^i)$ é unha correspondencia homogénea de grau cero,
entón a función $d^i(\overline{\mathbf{p}}, \overline{M}^i)$ é unha función homogénea de grau cero.

Función de procura, curva de procura e curva de Engel

Función de procura

$$(x_1^*, x_2^*, ..., x_L^*) = d(p_1, p_2, ..., p_L, M)$$

Curva de demanda "son as cantidades de un ben que estamos dispostos a mercar para cada nível de prezos de dito ben, mantendo constantes os prezos dos demáis bens, a renda, as expectativas, etc."

$$x_1^* = D(p_1) \equiv d_1(p_1, \overline{p}_2, ..., \overline{p}_L, \overline{M})$$

Curva de Engel "son as cantidades de un ben que estamos dispostos a mercar para cada nível de renda, mantendo constantes os prezos dos bens, as expectativas, etc."

$$x_1^* = E(M) \equiv d_1(\overline{p}_1, \overline{p}_2, ..., \overline{p}_L, M)$$

A funzón indireita de utilidade

$$
\begin{array}{rccl}
v^i: & \Re^L_{++} \times \Re_+ & \longrightarrow & \Re \\
 & (\mathbf{p}, M^i) & \longmapsto & v^i(\mathbf{p}, M^i) = u^i(\mathbf{x}^{i*}) = \\
 & & & = u^i(d^i(\mathbf{p}, M^i)) = \max_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}^i} \quad u^i(\mathbf{x}) \\
 & & & \text{s.a} \quad \mathbf{x} \in \beta^i(\mathbf{p}, M^i) \\
 & & & \text{dados} \quad \overline{\mathbf{p}} \text{ e } \overline{M}^i
\end{array}
$$

Propiedades da funzón indireita de utilidade

1. contínua;
2. homoxénea de grau cero en $(\mathbf{p}, M^i)$;
3. a) non é crecente en $\mathbf{p}$; e
   b) é estritamente creciente en M^i.
4. cuasi-convexa en $\mathbf{p}$.

Relación entre la demanda marshalliana y la función indirecta de utilidad cuando la función de utilidad es diferenciable (**A6**)

Proposizón (A identidade de Roy (Vilar, 1999, Proposición 5, p.84).)

Sexa **S1**-**S2**-**S3**-**S4**, *e sexa* $v^i(\mathbf{p}, M^i)$ *a función indirecta de utilidade. Entón as funcións de demanda marshallianas para cada unha das* L *mercancías poden-se obter*

$$x_k^{i*} = d_k^i(\mathbf{p}, M^i) = -\frac{\frac{\partial v^i(\mathbf{p},M^i)}{\partial p_k}}{\frac{\partial v^i(\mathbf{p},M^i)}{\partial M^i}} \qquad k = 1, 2, ..., L$$