Tema 4. Parte III
Equilíbrio Xeral Walrasiano.
(III) Propiedades del equilíbrio racional competitivo

1 Esquema da Teoria do Equilíbrio Xeral

- **H1** $i = 1$, 2, ... I consumidores, mais *só* estudamos a un.
- **H2** $l = 1$, 2, ... L mercadorias.
- Ingredientes: Factores que afectan ás decisións do consumidor

S1 **Conxunto de consumo** do consumidor i: $\mathcal{X}^i \equiv \Re^L_+$.

S2 **Dotacións iniciais**: $\overline{\boldsymbol{\omega}}_i = (\overline{\omega}_{i1}, ..., \overline{\omega}_{iL}) \in \Re^L_+$, para cada $i = 1$, ... I.

• **Dotazón agregada**: $\overline{\boldsymbol{\omega}} = \sum_{i=1}^{H} \overline{\boldsymbol{\omega}}_i = (\overline{\omega}_{i1}, ..., \overline{\omega}_{iL}) \in \Re^L_{++}$.

S3 **Preferéncias**. $\succsim^i$+A1(+A1$'$)+A2: *Conxuntos de indiferenza* $\{\mathcal{I}^i(\mathbf{x})\}$ +**A3**+A4+A5 poden representar-se por unha *funzón de utilidade*

$$u^i : \mathcal{X}^i \equiv \Re^L_+ \to \Re \quad \begin{cases} \text{i)} & \mathbf{x}^i \succ^i \mathbf{y}^i \quad \Leftrightarrow \quad u^i(\mathbf{x}^i) > u^i(\mathbf{y}^i) \\ \text{ii)} & \mathbf{x}^i \sim^i \mathbf{z}^i \quad \Leftrightarrow \quad u^i(\mathbf{x}^i) = u^i(\mathbf{z}^i) \end{cases}$$

contínua (A3), monótona (A4) e estritamente cuasicóncava (A5). $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ **Equilibrio (racional) competitivo**

A definizón de equilíbrio (racional) competitivo

Definizón

Sexa a economía $\varepsilon = \left\{ (\mathcal{X}_i, \overline{\boldsymbol{\omega}}_i, u_i(\mathbf{x}_i)) \right\}_{i=1}^{H}$ *que verifica para cada consumidor* $i = A, B$*:*

$$\begin{cases} \textbf{S1} & \textbf{Conxunto de consumo } \mathcal{X}_i \equiv \Re^2_+. \\ \textbf{S2} & \textbf{Dotazóns iniciais}: \overline{\boldsymbol{\omega}}_i = (\overline{\omega}_{i1}, \overline{\omega}_{i2}) \in \Re^2_+. \\ & \bullet \textbf{ Dotazón agregada}: \overline{\boldsymbol{\omega}} = \overline{\boldsymbol{\omega}}_A + \overline{\boldsymbol{\omega}}_B = (\overline{\omega}_1, \overline{\omega}_2) \in \Re^2_{++}. \\ \textbf{S3} & \textbf{Preferéncias}: \succcurlyeq_i \Rightarrow \text{ (A1)-(A2), e } \textbf{(A3)} \\ & \Rightarrow u_i : \mathcal{X}_i \equiv \Re^L_+ \rightarrow \Re \text{ } \textbf{(A3)}\text{, (A4) e (A5)} \end{cases}$$

Entón $\{(x^*_{A1}, x^*_{A2}), (x^*_{B1}, x^*_{B2}); (p^*_1, p^*_2)\}$ *é un* equilíbrio (racional) competitivo *se*

[1] *(**Racionalidade**)* $\mathbf{x}^*_i$ *é soluzón do problema* $[P_i]$ *dado o prezo* $\mathbf{p}$*, para* $i = A, B$.

[2] *(**Equilibrio**)*
$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{A1} + \mathbf{x}_{B1} &= \overline{\boldsymbol{\omega}}_{A1} + \overline{\boldsymbol{\omega}}_{B1} \\ \mathbf{x}_{A2} + \mathbf{x}_{B2} &= \overline{\boldsymbol{\omega}}_{A2} + \overline{\boldsymbol{\omega}}_{B2} \end{aligned}$$

Intuizón de funcionamento dos mercados.

Para Léon Walras o equilíbrio competitivo:

- sempre **existe**;
- é **único**; e,
- encetando nunha situazón fora do equilíbrio sempre existe un mecanismo para retornar ao mismo, é dicer, era **estável**.

... Hoxe sabemos que son tres problemas diferentes

Existéncia do equilíbrio competitivo

Léon Walras pensaba que un sistema de $L-1$ ecuazóns (equilíbrio dos mercados) e $L-1$ incógnitas (prezos relativos) sempre teria soluzón.

A primeira proba de existéncia foi debida a Wald (1936, a,b,c) subponiendo separabilidade das preferéncias e que os bens exiben rendimentos marxinais decrecientes.

Probas máis xerais: McKenzie (1957) e Arrow e Debreu (1954) (*Teorema do Ponto Fixo*).

Teorema

Sexa $\varepsilon = \left\{ (\mathcal{X}_i, \overline{\boldsymbol{\omega}}_i, u_i(\mathbf{x}_i)) \right\}_{i=1}^{H}$ *que verifica*

- **S1** **Conxunto de consumo** *de cada consumidor* $i = 1, 2$*:* $\mathcal{X}_i \equiv \Re^2_+$*.*
- **S2** **Dotacións iniciais** *de cada consumidor* $i = A, B$ *:* $\overline{\boldsymbol{\omega}}_i = (\overline{\omega}_{i1}, \overline{\omega}_{i2}) \in \Re^2_+$*.*
  - **Dotación agregada***:* $\overline{\boldsymbol{\omega}} = \overline{\boldsymbol{\omega}}_A + \overline{\boldsymbol{\omega}}_B = (\overline{\omega}_1, \overline{\omega}_2) \in \Re^2_{++}$*.*
- **S3** **Preferéncias** *de cada consumidor* $i = A, B$*:* $\succcurlyeq_i \Rightarrow$
  $\Rightarrow u_i : \mathcal{X}_i \equiv \Re^L_+ \rightarrow \Re$ contínua*, monótona e estritamente cuasicóncava.*

Entón **existe** *un equilíbrio competitivo* $\{(x^*_{A1}, x^*_{A2}), (x^*_{B1}, x^*_{B2}); (p^*_1, p^*_2)\}$ *con* $\mathbf{p}^* >> 0$*.*

Unicidade do equilíbrio competitivo

caso a) Unicidade Global

Definizón

Unha economia verifica a propriedade de **sustituibilidade bruta** *se para calquera par de prezos* $\mathbf{p}, \mathbf{p}' \in \Re^L_{++}$ *que só diferen no prezo de calquera mercadoria* j, *é dicer, que verifican* $p_j > p'_j$ *e* $p_k = p'_k$ *con* $k \neq j$, *implica que* $z_k(\mathbf{p}) > z_k(\mathbf{p}')$ *para todo* $K \neq j$.
no caso de que a funzón de exceso de demanda sexa diferenciável, verificará $\frac{\partial z_k(\mathbf{p})}{\partial p_j} > 0$, *para todo* $k \neq j$.

Teorema

Sexa ε *unha economia que verifica a propriedade de sustituibilidade bruta. Entón, existe un* **único** *prezo de equilíbrio,* $\mathbf{p}^* >> 0$.

Múltiples Equilíbrios

caso c) Múltiples equilíbrios: non unicidade local
Existe un contínuo de prezos de equilíbrio $\mathbf{p}^*$ que verifican $z(\mathbf{p}^*) = 0$. (Debreu, 1970: unha casualidade)

caso b) Múltiples equilíbrios: unicidade local

Proposizón (Mass-Collel et al (1995, Proposition 17.D.1))

Calquera vector de prezos de equilíbrio $\mathbf{p}^*$ que verifique $z'(\mathbf{p}^*) \neq 0$.
Ademáis o númeiro de equilíbrios é finito (e impar).

Estabilidade (Tâtonnement) del equilíbrio competitivo

Intuizón económica qué pasa fora do equilíbrio cando as decisións individuais non son compatíveis?

• Se ao prezo vixente para unha mercadoria, a demanda é maior que a oferta, *esperariamos* que os prezos se incrementasen.
Na nosa terminoloxia, cando existe un exceso de demanda da mercadoria k, $z_k(\mathbf{p}) > 0$, entón $\Delta p_k > 0$.

Intuición é a formalización da idea de Walras:

1. O subastador corrixe o vector de prezos

$$\Delta p_k \quad = \quad \lambda_k z_k(\mathbf{p}) \tag{1}$$

con $\lambda_k > 0$ é unha constante que afecta á velocidade de axuste.

2. **Non** se permiten realizar transaccións até que non se atinxe o prezo de equilíbrio.

Teorema

Sexa ε unha economia que verifica a propriedade de **sustituibilidade bruta***. Entón, os prezos de calquera solución da ecuazón dinámica (1) converxen aos prezos relativos de equilíbrio, $\mathbf{p}^*$.*