Tema 5. Parte IV
Equilíbrio Xeral con Produzón
A economia de Robinson Crusoe

A economia
- A economia

Problema centralizado
- Problema centralizado

Problema descentralizado
- Problema descentralizado
- equilíbrio walrasiano con produzón

Economia con Produzón

$$\varepsilon = \left\{ \left\{ \left(\mathcal{X}^i, \overline{\boldsymbol{\omega}}^i, u^i(\mathbf{x}) \right) \right\}_{i=1}^{I}, \{f_j(\mathbf{x})\}_{j=1}^{J} \right\}$$

- **H1** $i = 1$, 2, ... I consumidores.
- **H2** $j = 1$, 2, ... J empresas.
- **H3** $l = 1$, 2, ... L mercadorias.
- Ingredientes

S1 Conxunto de produzón: $\mathcal{X}^i \equiv \Re^L$, $i = 1...I$.
S2 Dotazóns iniciais: $\{\overline{\boldsymbol{\omega}}^i\}_{i=1}^{I}$ $i = 1...I$.
S3 Preferéncias: $\{\succsim^i\}_{i=1}^{I}$+A1+A2 $\Rightarrow \{I^i(\mathbf{x})\}_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}^i}$, $i = 1...I$
$\{I^i(\mathbf{x})\}_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}^i}$+**A3**+A4+A5 $\Rightarrow \{u^R(\mathbf{x})\}_{i=1}^{I}$
S4 Tecnoloxia: $\{f_j(\mathbf{x})\}_{j=1}^{J}$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ **Equilíbrio xeral con produzón.**

A economia de Robinson Crusoe

- **H1** $I = 1$ consumidor.
- **H2** $J = 1$ empresa.
- **H3** $l = 1, 2$ mercadorias (horas de lecer/traballo e ben de consumo)
- Ingredientes

$$\left.\begin{array}{ll} \textbf{S1} & \text{Conxunto de produzón } \mathcal{X}^R \equiv \Re^2. \\ \textbf{S2} & \text{Dotazóns iniciais } \overline{\boldsymbol{\varpi}}^R = (T, 0). \\ \textbf{S3} & \text{Preferéncias: } u^R(o_1, x_2) \text{ contínua,} \\ & \text{estrictamente monótona e estrictamente cóncava.} \\ \textbf{S4} & \text{Tecnoloxia: } y_2 = f_R(x_1) \text{ estrictamente monótona,} \\ & \text{estrictamente cóncava, } f'(0) = +\infty. \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Obxectivo: Atopar a combinazón $\mathbf{x}^* = (o_1^*, x_2^*)$.

Obxectivo

Atopar a combinazón $\mathbf{x}^* = (o_1^*, x_2^*)$ consistente cas dotazóns iniciais T (**S2**) e a tecnoloxia $f(x_1)$ (**S4**), tal que maximiza o ben-estar de Robinson Crusoe $u(\mathbf{x})$ (**S3**) onde $x_2 = y_2$, e suxeito a restrizón $o_1 + n = T$.

Resoluzón

1. **Problema centralizado**: Robinson Crusoe o planificador sen prezos.
2. **Problema descentralizado**: Robinson Crusoe consumidor e traballador, e *Robinson Crusoe, S.A.* a empresa.

Problema centralizado do planificador

$$[P]\left\{\begin{array}{rl} \max_{(o_1,x_2)\in\Re^2} & u^R(o_1,x_2) \\ \text{s.a} & x_2 = f(x_1) \\ & o_1 + x_1 = T \\ x_1, x_2, o_1 \geq 0 & \end{array}\right.$$

Problema centralizado do planificador

1. **Soluzón**: $\widehat{\mathbf{x}} = (\widehat{o}_1, \widehat{x}_2)$.
2. **Representazón gráfica**:
    - fronteira de posibilidades de produzón,
    - mapa de indiferéncias,
    - soluzón óptima, $\widehat{\mathbf{x}} = (\widehat{o}_1, \widehat{x}_2)$
    - *Intuizón:* condizón de optimalidade

$$RMS(\widehat{\mathbf{x}}) = \frac{\partial u(\widehat{\mathbf{x}})/\partial o_1}{\partial u(\widehat{\mathbf{x}})/\partial x_2} = f'(\widehat{x}_1) = RTS(\widehat{\mathbf{x}})$$

    - ben-estar: eficiéncia de Pareto
        - $\widehat{\mathbf{x}}$ utiliza os recursos productivos eficientemente (sobre a fronteira de posibilidades de produzón)
        - $\widehat{\mathbf{x}}$ é a mellor posível para o consumidor en termos de ben-estar.

Problema descentralizado do planificador

Organizazón productiva descentralizada: existen uns prezos w e p que coordinan as accións dos axentes económicos.

- *Robinson Crusoe indivíduo*: consume bens, oferta horas de traballo e é dono da empresa (recibe os dividendos).

$$\left.\begin{array}{ll} \textbf{S1} & \text{Conxunto de produzón } \mathcal{X}^R \equiv \Re^2. \\ \textbf{S2} & \text{Dotazóns iniciais } \overline{\boldsymbol{\omega}}^R = (T, 0). \\ \textbf{S3} & \text{Preferéncias: } u^R(o_1, x_2) \text{ contínua,} \\ & \text{estrictamente monótona e estrictamente cóncava} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ *Problema do consumidor*

- *Robinson Crusoe empresa*: produce bens, demanda horas de traballo.

$$\left.\begin{array}{ll} \textbf{S1} & \text{Conxunto de produzón } \mathcal{X}^R \equiv \Re^2. \\ \textbf{S4} & \text{Tecnoloxia: } y_2 = f_R(x_1) \text{ estrictamente monótona,} \\ & \text{estrictamente cóncava, } f'(0) = +\infty. \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ *Problema da empresa*

Problema de Robinson Crusoe S.A.

$$[P^j]\begin{cases} \max_{(x_1,y_2)\in\Re^2} \pi(x_1) = & py_2 - wx_1 \\ \text{s.a} & y_2 = f(x_1) \\ & x_1, y_2 \geq 0 \\ \text{dados} & (w,p) \end{cases}$$

Condizón de optimalidade

$$RTS(\mathbf{x}) = f'(x_1) = \frac{w}{p}$$

Soluzón:

1. *Demanda de traballo*:

$$n = D_1(p,w)$$

2. *Oferta de bens*:

$$y_2 = O_2(p,w)$$

Problema de Robinson Crusoe indivíduo

(prezo-aceptante e benefício-aceptante)

$$[P^i]\left\{\begin{array}{rl} \max_{(o_1,x_2)\in\Re^L} & u^R(o_1,x_2) \\ \text{s.a} & px_2 \leq w(T-o_1)+\pi \\ & \mathbf{x}\geq 0 \\ \text{dados} & (w,p),\pi \end{array}\right.$$

Condizón de optimalidade

$$RMS(\mathbf{x}) = \frac{\partial u(\mathbf{x})/\partial o_1}{\partial u(\mathbf{x})/\partial x_2} = \frac{w}{p}$$

Soluzón:

1. *Oferta de traballo*:

$$T - o_1 = O_1(p, w; \pi)$$

2. *Oferta de bens*:

$$x_2 = D_1(p, w; \pi)$$

Equilíbrio walrasiano con produzón

Definizón

Sexa a economía $\varepsilon = \left\{ \left(\mathcal{X}^R, \overline{\boldsymbol{\omega}}^R, u^R(o_1, x_2)\right), f_R(x_1) \right\}$*:*
Entón (x_1^*, x_2^*)*,* $\mathbf{p}^* = (p^*, w^*)$ *é un* equilíbrio (racional) competitivo *se*

(1) *(***Racionalidade** *do consumidor)* (o_1^*, x_2^*) *é soluzón do problema* $[P^i]$ *dados os prezos* $\mathbf{p}^*$*;*

(2) *(***Racionalidade** *das empresas)* (x_1^*, y_2^*) *é soluzón do problema* $[P^j]$ *dados os prezos* $\mathbf{p}^*$*;*

(3) *(***Equilibrio***)*

$$\begin{aligned} x_1^* &= T - o_1^* \\ x_2 &= y_2 \end{aligned}$$

Equilíbrio walrasiano con produzón

A misión dos prezos $\mathbf{p}^*$ é coordinar as decisións independentes do indivíduo e da empresa.

Propiedades

1. **Existéncia:** Función exceso de demanda
2. **Unicidade.**
3. **Estabilidade.**
4. **Ben-estar**:

$$RTS(\mathbf{x}^*) = f'(x_1^*) = \left(\frac{w}{p}\right)^* = \frac{\partial u(\mathbf{x}^*)/\partial o_1}{\partial u(\mathbf{x}^*)/\partial x_2} = RMS(\mathbf{x}^*)$$

A asignazón de equilíbrio competitivo $\mathbf{x}^*$ é eficiente en sentido de Pareto. [**Primeiro Teorema do Ben-estar**]